

Základné vzorce planimetrie

Stručný školský prehľad

Trojuholníky, štvoruholníky, kružnice, mnohoúhelníky a súradnice

1. Uhly

Súčet vedľajších uhlov:

$$\alpha + \beta = 180^\circ.$$

Vrcholové uhly sú zhodné.

Ak dve rovnobežné priamky pretína prička:

- súhlasné uhly sú zhodné;
- striedavé uhly sú zhodné;
- súčet vnútorných uhlov na tej istej strane pričky je 180° .

2. Trojuholník

Súčet vnútorných uhlov trojuholníka:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Trojuholníková nerovnosť:

$$a + b > c,$$

$$b + c > a,$$

$$c + a > b.$$

Obvod:

$$P = a + b + c.$$

Polovica obvodu:

$$p = \frac{a + b + c}{2}.$$

3. Obsah trojuholníka

Pomocou strany a príslušnej výšky:

$$S = \frac{1}{2}ah_a.$$

Pomocou dvoch strán a uhla medzi nimi:

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma.$$

Heronov vzorec:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Pomocou polomeru vpísanej kružnice:

$$S = pr.$$

Pomocou polomeru opísanej kružnice:

$$S = \frac{abc}{4R}.$$

Tu r je polomer vpísanej kružnice a R je polomer opísanej kružnice.

4. Pravoúhlý trojúhelník

Prepona je strana ležiaci oproti pravému uhlu.

Protíhlá odvesna je odvesna ležiaci oproti sledovanému uhlu α .

Príhlá odvesna je odvesna, ktorá spolu s preponou zvierajú uhol α .

Ak c je prepona, podľa Pytagorovej vety platí:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Sínus uhla:

$$\sin \alpha = \frac{\text{protíhlá odvesna}}{\text{prepona}}.$$

Kosínus uhla:

$$\cos \alpha = \frac{\text{príhlá odvesna}}{\text{prepona}}.$$

Tangens uhla:

$$\tan \alpha = \frac{\text{protíhlá odvesna}}{\text{príhlá odvesna}}.$$

Ak protíhlú odvesnu označíme a , príhlú odvesnu b a preponu c , potom:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \tan \alpha = \frac{a}{b}.$$

Výška h vedená na preponu:

$$h = \frac{ab}{c}.$$

Ak m a n sú priemety odvesien a a b na preponu, potom:

$$a^2 = cm,$$

$$b^2 = cn,$$

$$h^2 = mn.$$

5. Sínusová a kosínusová veta

Sínusová veta:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

Kosínusová veta:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Ostatné tvary získame cyklickou zámennou strán a protíhlých uhlov.

6. Ťažnica a os uhla

Dĺžka ťažnice na stranu a :

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}.$$

Os vnútorného uhla delí protíhlú stranu v pomere príhlých strán:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}.$$

Dĺžka úsečky osi uhla:

$$l_a = \frac{\sqrt{bc((b+c)^2 - a^2)}}{b+c}.$$

7. Podobnosť trojúhelníkov

Ak je koeficient podobnosti k , potom:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k.$$

Pomer obvodov:

$$\frac{P_1}{P_2} = k.$$

Pomer obsahov:

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2.$$

8. Rovnobežník

Obvod:

$$P = 2(a + b).$$

Obsah pomocou strany a príslušnej výšky:

$$S = ah_a.$$

Obsah pomocou dvoch strán a uhla medzi nimi:

$$S = ab \sin \alpha.$$

Pre uhlopriečky platí:

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2).$$

Uhlopriečky rovnobežníka sa navzájom rozpolujú.

9. Obdĺžnik a štvorec

Obdĺžnik:

$$S = ab.$$

$$P = 2(a + b).$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Štvorec:

$$S = a^2.$$

$$P = 4a.$$

$$d = a\sqrt{2}.$$

10. Kosoštvorec

Obvod:

$$P = 4a.$$

Obsah pomocou strany a výšky:

$$S = ah.$$

Obsah pomocou strany a uhla:

$$S = a^2 \sin \alpha.$$

Obsah pomocou uhlopriečok:

$$S = \frac{d_1 d_2}{2}.$$

Uhlopriečky kosoštvorca sú na seba kolmé a rozpolujú jeho vnútorné uhly.

11. Lichobežník

Stredná prička:

$$m = \frac{a + b}{2}.$$

Obsah:

$$S = \frac{a + b}{2} h.$$

Tiež:

$$S = mh.$$

V rovnoramennom lichobežníku sú uhlopriečky zhodné a uhly pri každej základni sú zhodné.

12. Mnohouholníky

Súčet vnútorných uhlov n -uholníka:

$$\Sigma = (n - 2) \cdot 180^\circ.$$

Veľkosť vnútorného uhla pravidelného n -uholníka:

$$\alpha = \frac{(n - 2)180^\circ}{n}.$$

Počet uhlopriečok:

$$N = \frac{n(n - 3)}{2}.$$

Obsah pravidelného mnohouholníka:

$$S = \frac{1}{2}Pr,$$

kde r je polomer vpísanej kružnice, teda apotéma.

13. Kružnica a kruh

Dĺžka kružnice:

$$L = 2\pi R = \pi d.$$

Obsah kruhu:

$$S = \pi R^2.$$

Dĺžka oblúka, ak je uhol vyjadrený v stupňoch:

$$l = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi R.$$

Ak je uhol vyjadrený v radiánoch:

$$l = R\alpha.$$

Obsah kruhového výseku, ak je uhol vyjadrený v stupňoch:

$$S_{\text{výsek}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi R^2.$$

Ak je uhol vyjadrený v radiánoch:

$$S_{\text{výsek}} = \frac{1}{2}R^2\alpha.$$

14. Uhly v kružnici

Stredový uhol sa rovná uhlovej miere oblúka, ktorému prislúcha.

Obvodový uhol sa rovná polovici uhlovej miery oblúka, nad ktorým stojí:

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\widehat{AB}.$$

Uhol medzi dotyčnicou a tetivou sa rovná obvodovému uhlu nad tým istým oblúkom.

15. Tetivy, sečnice a dotyčnice

Pre dve pretínajúce sa tetivy platí:

$$AM \cdot MB = CM \cdot MD.$$

Pre dve sečnice vedené z toho istého vonkajšieho bodu platí:

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD.$$

Pre dotyčnicu a sečnicu vedené z toho istého bodu platí:

$$PT^2 = PA \cdot PB.$$

Polomer vedený do bodu dotyku je kolmý na dotyčnicu.

16. Súradnice v rovine

Vzdialenosť dvoch bodov:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Súradnice stredu úsečky:

$$M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right).$$

Rovnica priamky:

$$y = kx + b.$$

Rovnica kružnice so stredom (a, b) :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2.$$

Ako vybrať vzorec na obsah

Ak poznáme stranu a príslušnú výšku:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

Ak poznáme dve strany a uhol medzi nimi:

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma.$$

Ak poznáme všetky tri strany, použijeme Heronov vzorec.

Ak poznáme polomer vpísanej kružnice:

$$S = pr.$$

Ak poznáme polomer opísanej kružnice:

$$S = \frac{abc}{4R}.$$

Táto pomôcka je určená na rýchle opakovanie. Pred použitím vzorca skontrolujte podmienky jeho platnosti a význam použitých označení.

© ФизикусЪ, Denys Laptiev